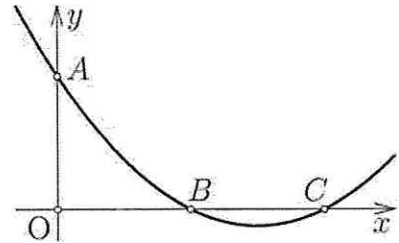


ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 10 КЛАСС

Задача 1. У профессора в пробирке находятся бактерии. Известно, что их не более, чем 2019. Каждый день, если число бактерий в пробирке делится на 100, то оно уменьшается в 100 раз; если же не делится, то число бактерий уменьшается на 1. Какое наибольшее количество бактерий может находиться в пробирке спустя 50 дней?

Задача 2. График квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ пересекает ось Oy в точке A , а ось Ox — в точках B и C , как изображено справа. Известно, что $OA = OB = BC$. Укажите все возможные значения, которые может принимать коэффициент b .



Задача 3. Какое наименьшее количество клетчатых квадратов 3×3 можно вырезать из клетчатой доски 17×17 так, чтобы невозможно было вырезать больше ни одного квадрата 3×3 ?

Задача 4. На столе лежат 2019 монет, первоначально все монеты лежат орлами вверх. Петя и Вася играют в следующую игру: они по очереди переворачивают по одной монете, начинает Петя. Проигрывает тот, после чьего хода повторилась ситуация, которая уже встречалась в игре (включая первоначальную). Кто выиграет при правильной игре?

Задача 5. В остроугольном треугольнике ABC медиана BM и высота CH пересекаются в точке E . Точка K лежит на описанной окружности треугольника ABM , и она диаметрально противоположна точке B . Докажите, что углы ABM и EKM равны.

Задача 6. Сколько существует разбиений доски 2020×2019 (2020 строк и 2019 столбцов) на прямоугольники 3×2 таких, что каждая строка доски пересекает одинаковое количество вертикально расположенных прямоугольников 3×2 ? (Прямоугольники 3×2 можно поворачивать. Вертикально расположенный прямоугольник 3×2 содержится в двух столбцах и в трёх строках.)

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

Задача 1.

Бактерий не более чем $2019 \Rightarrow$ их количество меньше;
 допустим: изначально было 1999 бактерий (в первой день);
 каждый день число бактерий увеличивается на $1,70$ через 50 дней
 бактерий станет $1999 \cdot 50 = 1949$.

Если брать изначально число бактерий 912000 до $1019,70$ числа
 какое-то количество дней их число бы сократилось в 100 раз (было бы меньше
 чем 1999)

Ответ: через 50 дней в пробирке может быть 1949 бактерий.

75

Задача 3.

Расстояние между квадратами не может превышать 3 клетки \Rightarrow
 \Rightarrow от края клетчатой доски можно отступить 2 клетки с
 каждой стороны; размеры доски на которой можно разместить
 квадраты = 13×13 клеток. На доске такого размера
 можно разместить квадраты на расстоянии 2 -х клеток между
 квадратами \Rightarrow можно разместить по 3 квадрата по вертикали и
 по 3 квадрата по горизонтали \Rightarrow всего квадратов = $3 \times 3 = 9$

Ответ: можно вырезать 9 квадратов.

75

Задача 4.

Всего было 2019 монет - это нечетное число;
 перебирают по 1 монете; первым начал Яся \Rightarrow Яся
 будет перебирать нечетные монеты | последняя монета
 окажется под номером 1 - нечетное число \Rightarrow Яся перевернет
 последнюю монету и выигрывает, т.к. все возможные варианты
 переброта монет запоматся.

Ответ: выигрывает Яся.

75

Задача 6.

размеры доски: 2020 строк
 2019 столбцов

размеры прямоугольников 3×2

Способ 1 можно расположить все прямоугольники горизонтально \Rightarrow
 \Rightarrow строки доски вообще не пересекут вертикальных прямоугольников
 | каждая строка пересекает 1010 вертикальных прямоугольников.

0

