Призёры

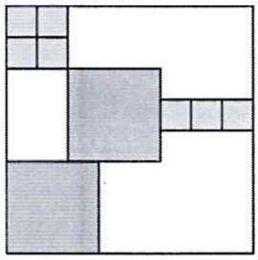
мит-7-б

17 б

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 7 КЛАСС

Задача 1. Петя написал на доске двузначное число, состоящее из различных цифр. Вася прибавил к числу Пети обе цифры этого числа и результат также написал на доске. Оказалось, что число Васи состоит из тех же цифр, что и число Пети. Приведите пример числа, которое мог написать Петя.

Задача 2. Из квадрата со стороной 16 см вырезали 7 одинаковых маленьких квадратов и 2 одинаковых больших квадрата так, как показано на рисунке. Найдите длину стороны маленького квадрата. (Не забудьте обосновать ответ.)



Задача 3. Поезд из Столицы в город Дальний едет 4 дня. В первый день он проходит 40% всего пути, во второй день — ещё 150 км, в третий день — 30% от *оставшегося* пути и ещё 120 км, и в четвёртый день поезду остаётся проехать последние 90 км. Какое расстояние между Столицей и Дальним?

Задача 4. Приведите пример прямоугольника, который можно разрезать на пять треугольников таких, что у каждого из них есть хотя бы один угол 30°. (Необходимо предъявить способ разрезания этого прямоугольника.)

Задача 5. Денис решил посчитать все машины, припаркованные во дворе. Он утверждает, что иномарок во дворе на 11 больше, чем отечественных машин, а красных машин во дворе на 8 больше, чем синих. Могло ли так оказаться, что все машины во дворе либо красные, либо синие? (Машины бывают двух видов: иномарки и отечественные.)

Задача 6. У Сладкоежки есть 10 сундуков конфет, причём в любых двух из них количество конфет различно. Однажды на улице была плохая погода, поэтому Сладкоежка за раз съел по несколько конфет из каждого сундука. Оказалось, что количество конфет в каждом сундуке уменьшилось либо в два, либо в три, либо в четыре раза. Сразу после этого Сладкоежка записал к себе в блокнот, сколько конфет осталось в каждом из сундуков. Какое наименьшее количество различных чисел он мог записать?

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

Задача 1.

7б Петя мог записать число 45. Тогда бы Вася прибавил к нему 4 и 5, и получилось бы 54.

3б Задача 2.

Длина стороны маленького квадрата равна 2 см. Потому, что в длину квадрата, длина которого 16 см, он войдет 8 раз.

7б Задача 3.

1 день - 40% от всего пути
2 день - еще 150 км
3 день - 30% от остатка, и еще 120
4 день - 90 км

? км

Пойдем от обратного.

1) $90 + 120 = 210$ (км) 70% от остатка

2) $\frac{210}{70} = \frac{90}{30}$

3) $90 + 210 = 300$ (км) за 3 и 4 день.

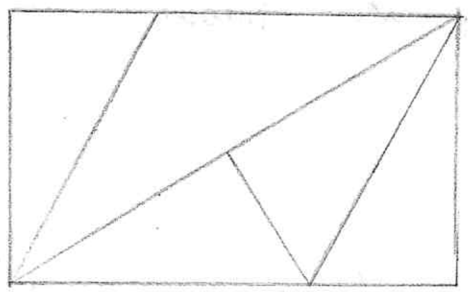
4) $300 + 150 = 450$ (км) за 2, 3 и 4 день.

5) $\frac{450}{60} = \frac{300}{40}$

6) $450 + 300 = 750$ (км) всего.

Ответ: 750 км.

об **Задача 4.**



об **Задача 5.**

Так оказаться не могло. Ведь иномарок уже на 11 больше, а если красных больше на 8, то их могло быть только 8, ~~все~~ если синих не было бы.

о **Задача 6.**

Самое наименьшее кол-во цифр: 4. Ведь каждому из них нужно иметь по 3 разным числам, ~~на~~ которые получились бы, если бы мы их умножили на 2, 3 и 4. Вот пример:

до:

4	6	8	14	21	28	16	24	32	2

после:

:2	:3	:4	:2	:3	:4	:2	:3	:4	:2
2	2	2	7	7	7	8	8	8	1

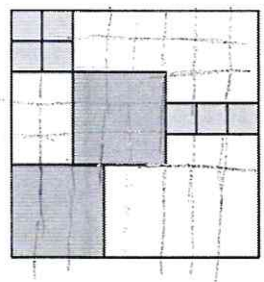
Призер мат-7-8

17б

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 7 КЛАСС

7б **Задача 1.** Петя написал на доске двузначное число, состоящее из различных цифр. Вася прибавил к числу Пети обе цифры этого числа и результат также написал на доске. Оказалось, что число Васи состоит из тех же цифр, что и число Пети. Приведите пример числа, которое мог написать Петя.

3б **Задача 2.** Из квадрата со стороной 16 см вырезали 7 одинаковых маленьких квадратов и 2 одинаковых больших квадрата так, как показано на рисунке. Найдите длину стороны маленького квадрата. (Не забудьте обосновать ответ.)



7б **Задача 3.** Поезд из Столицы в город Дальний едет 4 дня. В первый день он проходит 40% всего пути, во второй день — ещё 150 км, в третий день — 30% от *оставшегося* пути и ещё 120 км, и в четвёртый день поезду остаётся проехать последние 90 км. Какое расстояние между Столицей и Дальним?

Задача 4. Приведите пример прямоугольника, который можно разрезать на пять треугольников таких, что у каждого из них есть хотя бы один угол 30°. (Необходимо предъявить способ разрезания этого прямоугольника.)

Задача 5. Денис решил посчитать все машины, припаркованные во дворе. Он утверждает, что иномарок во дворе на 11 больше, чем отечественных машин, а красных машин во дворе на 8 больше, чем синих. Могло ли так оказаться, что все машины во дворе либо красные, либо синие? (Машины бывают двух видов: иномарки и отечественные.)

Задача 6. У Сладкоежки есть 10 сундуков конфет, причём в любых двух из них количество конфет различно. Однажды на улице была плохая погода, поэтому Сладкоежка за раз съел по несколько конфет из каждого сундука. Оказалось, что количество конфет в каждом сундуке уменьшилось либо в два, либо в три, либо в четыре раза. Сразу после этого Сладкоежка записал к себе в блокнот, сколько конфет осталось в каждом из сундуков. Какое наименьшее количество различных чисел он мог записать?

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

ммт-7-8

15

~~№7~~ нет

№1

7 $45+4+5=54$

№2

3 Сторона 1-го большого квадрата = 3-м сторонам мал.

$2+3+3=8$

$16:8=2$ (см)

Сторона одного маленького квадрата = 2 см

№3

15 $y=\cancel{30}3,4$ дни

$x=$ все расстояние

$y=30\%+120+90$

$y-30\%=\cancel{120}\,210$

$1\%=210:70=3$

$100\%=3\cdot100$

$y=300$ (км)

$x=40\%+150+300$

$x-40\%-150=300$

$x=450+40\%$

$1\%=450:60$

$1\%=7,5$ (км)

$100\%=7,5\cdot100$

$x=750$ км

Ответ: расстояние между Столицей и Дальним $=750$ км

№6

$4:4=1$	$16:4=4$	$36:4=9$	
$3:3=1$	$12:3=4$	$27:3=9$	$6:3=9$
$2:2=1$	$8:2=4$	$18:2=9$	4
1	2	3	

4 – наименьшее кол-во различ. чисел

Муниципальный

мат - 11 - 2

175

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

Задача 1. Существуют ли три таких ненулевых действительных числа a, b и c, что все три уравнения $ax^2+b=0$, $bx^2+c=0$ и $cx^2+a=0$ имеют решения?

Задача 2. В треугольнике ABC проведена медиана BM. Оказалось, что угол AMB равен $60°$. На продолжении стороны AC за точку A отмечена точка D такая, что $AD = BM$. Докажите, что треугольник CBD равнобедренный.

Задача 3. Стоимость одной акции фирмы «Рога и копыта» в начале составляла 1 рубль. Каждый следующий день она либо утраивалась, либо увеличивалась на 1 рубль. Спустя 100 дней акция стала стоить 2019 рублей. Могло ли так оказаться, что за эти 100 дней стоимость акции утраивалась ровно 5 раз?

Задача 4. Алёна разбила все натуральные числа от 1 до 2019 на 450 групп. Затем она вычислила произведения чисел в каждой группе и посчитала сумму цифр каждого получившегося произведения. Могла ли Алёна получить 450 одинаковых чисел?

Задача 5. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равно 1, а плоские углы при вершине S равны по $15°$. Точки X, Y, Z отмечены на ребрах SB, SC, SD соответственно. Какое минимальное значение может принимать сумма $AX+XY+YZ+ZA$?

Задача 6. Докажите, что число способов разрезать клетчатую доску 6×7 на трёхклеточные уголки — чётно.

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

задача 1.

$ax^2+b=0$

$bx^2+c=0$

$cx^2+a=0$

вычтем из 1 - 3

ax^2+b-cx^2-a

$\cancel{a}+b-c-\cancel{a}=0$

$b-c=0$

$b=c$

подставим во 2 уравнение

$bx^2+b=0$

$b(x^2+1)=0$

$b=0$ или $x^2+1=0$

$\Downarrow$ $x^2=-1$

$c=0$ $\varnothing$

подставим значения в 1 ур-ие

$ax^2+0=0$

$ax^2=0$

$a=0$.

Ответ: ненулевых действительных чисел не существует.

7б

задача 3.

Стоимость акции не могла утраиваться 5 раз, из-за того что при последующем увеличении суммы на 1 рубль за 100 дней капитал бы не достиг 2019 рублей.

3б

задача 6.

Доска 6×7. $\Rightarrow S=42$

$S_{\text{уголка}}=\frac{3\cdot3}{2}=4{,}5$

Максимальное число уголков $=12$ (четное) ч.т.д.

$45\times9=405$ — 9 уголков

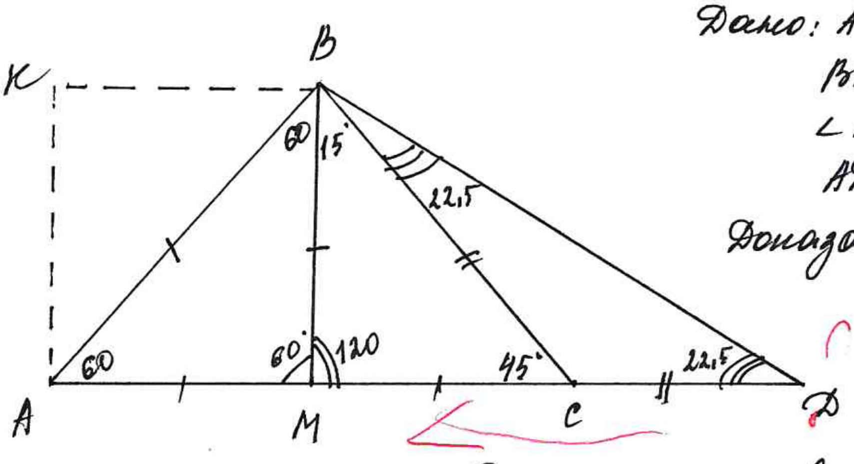
$405+4{,}5=409{,}5$ — 10 уголков

$409{,}5+4{,}5=414{,}0$ — 11 уголков

$414{,}0+4{,}5=418{,}5$ — 12 уголков.

7б

Задача 2.



Дано: ABC - треугольник
BM - медиана
$\angle AMB = 60°$
$AD = BM$
Доказать: CBD - равнобедр.

Доказательство.

1. т.к BM - медиана $\Rightarrow AM = MC$.
2. Рассмотрим $\triangle ABM$, $\angle AMB = 60°$; найдем углы A и B.
достроим $\triangle ABM$ до параллелограмма AKBM.
т.к. AKBM параллелограм $\Rightarrow AM = KB$; $AK = BM$; $\angle A = \angle B$; $\angle K = \angle M$.
$\angle K = \angle M = 60° \Rightarrow \angle A = \angle B = 120°$
AB - диагональ $\Rightarrow \angle MAB = 60°$ и $\angle ABM = 60° \Rightarrow \triangle AMB$ равносторон.
3. Рассмотрим $\triangle BMC$.

$\angle CMB = 120°$ (смежен $\angle AMB$)
Предположим, что $\angle BCM = 45°$; $\angle CBM = 15$; тогда
рассмотрим $\triangle ABC$.

$$\left.\begin{array}{l}\angle A = 60 \\ \angle B = 75 \\ \angle C = 45\end{array}\right\} 180° \Rightarrow \text{наше предположение верно.}$$

4. Рассмотрим $\triangle CBD$.
$\angle DCB = 135$ (смежен $\angle MCB$)
5. Допустим, что $\triangle CBD$ - равнобедренный, тогда
$\angle D = \angle B = 22{,}5°$.

Проверим наше предположение:
рассмотрим $\triangle ABD$.

$$\left.\begin{array}{l}\angle A = 60° \\ \angle B = 75° \\ \angle D = 22{,}5°\end{array}\right\} 180° \Rightarrow \text{наше предположение верно} \Rightarrow \triangle CBD \text{ равнобед.}$$

ч.т.д.