Всероссийская олимпиада школьников 2023-2024 учебный год
Школьный этап. Экономика, 10-11 класс, **ответы**
Время выполнения 1500 мин. Максимальное кол-во баллов – 110
Разработчик Бачерикова Екатерина Владимировна, старший преподаватель ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет»

ОТВЕТЫ НА ТЕСТ

Тест 1. Только один возможный ответ: «Верно» или «Неверно» (5 баллов)

1	2	3	4	5
верно		**верно**		
	неверно		**неверно**	**неверно**

Тест 2. Только один правильный ответ (20 баллов)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
				1		**1**			
2								**2**	
	3	**3**			**3**				
			4				**4**		**4**

Тест 3. Выбрать все верные ответы (15 баллов)

1	**1,3,5,6**
2	**2,3,4**
3	**2,3,4**
4	**3,5**
5	**4,5**

ЗАДАЧИ

Задача 1 (20 баллов).

Американский гражданин Гомер Симпсон имеет функцию полезности $U = X^{\alpha}Y^{\beta}$,

где X – число выпитых в течение месяца порций йогурта, Y – число съеденных в течение месяца упаковок попкорна.

На указанные продукты Симпсон тратит весь свой месячный бюджет. Однажды в течение месяца Гомер выпил 784 порций йогурта и съел 4 упаковки попкорна, но, как ему показалось, не получил за потраченные деньги максимально возможного удовлетворения. В другой месяц Симпсон выпил всего лишь 16 порций йогурта, но при этом съел 196 упаковок попкорна. Однако и в этом случае он получил ту же степень удовлетворения, что и в предыдущем месяце.

Какое количество порций йогурта и упаковок попкорна максимизирует функцию полезности Симпсона в расчете на его месячный бюджет?

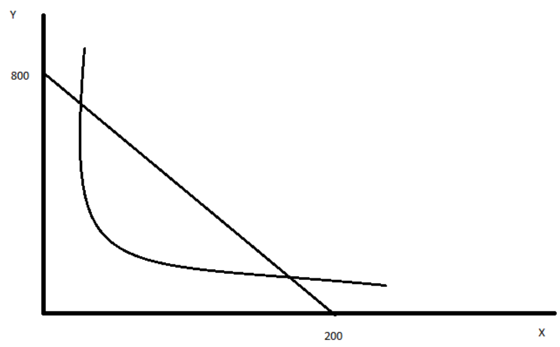
<u>**Решение:**</u>

Так как в обоих случаях Гомер тратит весь свой месячный бюджет, то справедливо, что оба набора лежат на бюджетном ограничении, то есть на графике функции представленной в общем виде как

$$Y = a - b * X$$

$$\begin{cases} 784 = a - 4 * b \\ 16 = a - 196 * b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 784 + 4b \\ a = 196b + 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 800 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$Y = 800 - 4 * X$$



(5 баллов за нахождение бюджетного ограничения + 3 балла за максимальные значения X и Y)

Два набора, потребляемых Симпсоном приносят ему одинаковую полезность

$$784^{\alpha} * 4^{\beta} = 16^{\alpha} * 196^{\beta}$$

Сократив обе части на 16 и 4 соответственно получим:

$$49^{\alpha} * 1^{\beta} = 1^{\alpha} * 49^{\beta}$$

Так как единица в любой степени дает 1, справедливо, что

$$49^{\alpha} = 49^{\beta} \rightarrow \alpha = \beta$$

(5 баллов за идею равенства $\alpha = \beta$)

Условием оптимума для Гомера является равенство взвешенных предельных полезностей

$$\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y} \rightarrow \frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

на фоне выполнения бюджетного ограничения, то есть

$$\begin{cases} \dfrac{MU_X}{MU_Y} = \dfrac{P_X}{P_Y} \\ XP_x + YP_Y = I \end{cases}$$

$$MU_X = U'_X = \alpha X^{\alpha-1} Y^{\beta}$$

$$MU_Y = U'_Y = \beta X^{\alpha} Y^{\beta-1}$$

$$\frac{\alpha X^{\alpha-1} Y^{\beta}}{\beta X^{\alpha} Y^{\beta-1}} = \frac{P_X}{P_Y} \rightarrow \frac{\alpha Y}{\beta X} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha Y}{\beta X} = \dfrac{P_X}{P_Y} \\ XP_x + YP_Y = I \end{cases}$$

(2 балла за оптимум в общем виде)

Так как ранее было доказано, что $\alpha = \beta \rightarrow \ XP_x = YP_Y$

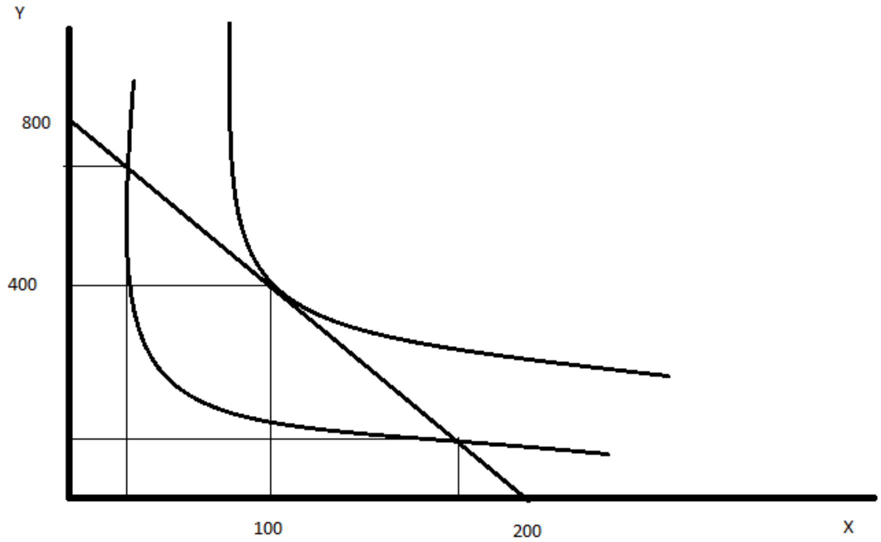
Тогда $2X^* P_x = I \rightarrow X^* = \frac{I}{2P_x}$

То есть оптимум X равен половине от максимального значения X или 200/2=100

Тогда $2Y^* P_Y = I \rightarrow Y^* = \frac{I}{2P_Y}$

То есть оптимум Y равен половине от максимального значения Y или 800/2=400

(5 баллов за решение системы)



Ответ: в оптимальном наборе потребляется 400 йогуртов и 100 пачек попкорна

Задача 2 (20 баллов).

На территории автовокзала предприниматель Геворг перепродает сумки, которые он покупает на рынке "Восточный" по фиксированной цене. Аренда места продаж обходится ему в 200 рублей за день. Геворг располагает информацией о спросе на сумки: если он назначает цену за одну сумку 1200 рублей и выше, то не продает ничего, при цене менее 1200 рублей спрос на сумки существует. Эластичность спроса по цене в точке максимума прибыли, составляет -2, спрос на сумки описывается линейной функцией. Геворг знает, что получит максимальную выручку, если продаст 6 сумок в день. Конкурентов у него нет.

1. Сколько сумок в день и по какой цене нужно продать Геворгу, если он стремится к максимизации прибыли? **(8 баллов)**

2. Рассчитайте, какую прибыль получает Геворг в день. **(12 баллов)**

<u>Решение:</u>

Пункт 1 – 2 действия (порядок может меняться)

а) **(4 балла)** Вывод функции спроса на продукцию. По условию, если Q=0, то P=1200. Выручка по условию максимальна при Q=6. В этой точке $E_P^D = -1$, данное значение эластичности соответствует точке в середине линейной функции спроса, следовательно, при Q=12, цена равна нулю. Выводим линейную функцию спроса, проходящую через две точки. Функция спроса имеет вид $P = 1200 - 100 * Q$ или $Q = 12 - 0{,}01 * P$.

б) **(4 балла)** Найдем цену и количество, используя, значение эластичности в точке максимума прибыли.

<u>1-й способ</u>: $E_P^D = Q'_P \dfrac{P}{Q}$

$-2 = -0{,}01 \dfrac{P}{12 - 0{,}01P}$, отсюда P=800.

Подставляем цену в функцию спроса и находим: $Q = 12 - 0{,}01 \cdot 800 = 4$.

<u>2-й способ</u>: Нахождение цены и количества исходя из геометрического смысла эластичности.

$\dfrac{12 - Q}{Q} = 2$ следовательно, Q=4

$\dfrac{P}{1200 - P} = 2$ следовательно, P=800

Пункт 2

а) Пусть цена сумки X рублей (или любое неизвестное число), тогда переменные затраты в день $VC = X * Q$, постоянные затраты (по условию задачи) равны 200 ($FC = 200$). $TC = VC + FC = X * Q + 200$. Тогда предельные затраты **(4 балла)** $MC = TC'(Q) = X$, или любой константе.

б) Чтобы найти функцию общих издержек, нужно найти функцию MC.

1-й способ:

Найдем функцию предельной выручки, которая имеет угол наклона в 2 раза больше, чем обратная функция спроса из пункта 1а), то есть $MR = 1200 - 200 * Q$.

В точке максимума прибыли, при Q=4 и P=800, выполняется равенство MR и MC. $MC = MR = 1200 - 200 \cdot 4 = 400 = X$

2-й способ:

Запишем индекс Лернера $\frac{P - MC}{P} = \frac{1}{|E_P^D|}$. Получаем $\frac{800 - MC}{800} = \frac{1}{2}$, MC=400.

Тогда функция общих издержек имеет вид $TC = 400 \cdot Q + 200$

(4 балла за любой из способов)

в) Найдем прибыль в точке максимума прибыли: $\pi = TR - TC = P \cdot Q - TC = 4 \cdot 800 - (400 \cdot 4 + 200) = 1200$ **(4 балла)**

Ответ:

1. P=800, Q=4.
2. Прибыль=1200 рублей в день.

Задача 3 (15 баллов).

У юного программиста Пети есть две банковских карты: дебетовая и кредитная. Как представитель прогрессивной молодежи, пользующийся всеми прелестями современных технологий, молодой человек совершает покупки, используя исключительно безналичные расчеты.

В начале месяца, Петя решил купить авиабилеты на сумму 12 тыс. руб.

Если оплатить покупку кредитной картой (кредитный лимит позволяет), то ему придется вернуть деньги банку через N дней, чтобы не выйти из льготного периода, в течение которого можно бесплатно погашать кредит. Также в этом случае через 1 месяц банк выплатит кешбэк в размере 1% от стоимости покупки.

Если же он оплатит покупку дебетовой картой (денег на карте вполне достаточно), то через 1 месяц получит кешбэк в размере 2% от стоимости покупки. Известно, что годовая ставка процента на среднемесячный остаток денежных средств на дебетовой карте составляет 6 % годовых (считайте для простоты, что в каждом месяце 30 дней, выплата процентов на карту происходит в конце каждого месяца, а начисленные на остаток денежных средств проценты не капитализируются).

Определите, при каком наибольшем количестве дней N, при прочих равных условиях, выгоднее заплатить за данную покупку авиабилетов дебетовой картой.

Решение:

При оплате кредитной картой сумма в 12 тыс. руб. будет находиться на дебетовой карте Пети N дней, что принесет ему

$$\frac{6N}{100 * 12 * 30}$$

в виде процентов на остаток денежных средств **(3 балла за рассуждение).**

Также он получит 12000 × 0,01 = 120 руб. за счет кешбэка. **(+1 балл)**

При оплате дебетовой картой юноша получит через 1 месяц кешбэк в размере

12000 × 0,02 =240 руб. **(+1 балла)**

Чтобы было выгоднее заплатить за эту покупку дебетовой картой, должно быть выполнено неравенство

$$\frac{6N}{100*12*30}+120<240$$

Оно справедливо, если N 60 . Таким образом, наибольшее число дней льготного периода, при котором данную покупку выгоднее оплатить дебетовой картой, составляет 59 дней. **(10 баллов за рассуждение и корректное решение)**

Ответ: 59 дней

Задача 4 (15 баллов).

На рынке совершенной конкуренции спрос и предложение линейны и равновесное Q=20. Государство вводит потоварный налог по ставке t=10 и на производителя и на потребителя (то есть в итоге государство собирает два налога). Найдите эластичность кривой Лаффера (по ставке налога) в точке, где t=5 (также собирается два налога), если известно что новое равновесие (при t=10) в точке Q=10.

<u>Решение:</u>

$$Q=f(t)=a-b*t$$

$$Tx=t*Q$$

Пользуясь условием о линейности функций спроса и предложения, запишем их в общем виде

$$Q_D=a-b*P$$

$$Q_S=c+d*P$$

Тогда справедливо, что в точке равновесия

$$a-b*P=c+d*P=20$$

(1 балл за рассуждение)

При введении потоварного налога на потребителей и производителей новое условие равновесия будет выглядеть как

$$a-b*(P+10)=c+d*(P-10)=10$$

(2 балла за рассуждение)

Из каждой части приведенных равенств можно составить 2 системы уравнения с тремя переменными и найти значения констант для записи функций спроса и предложения в общем виде

$$\begin{cases} a-b*P=20 \\ a-10b-b*P=10 \end{cases} \to \begin{cases} b=1 \\ a=20+P \end{cases}$$

$$\begin{cases} c+d*P=20 \\ c+d*P-10d=10 \end{cases} \to \begin{cases} d=1 \\ c=20-P \end{cases}$$

$$Q_D=a+P$$

$$Q_S=c-P$$

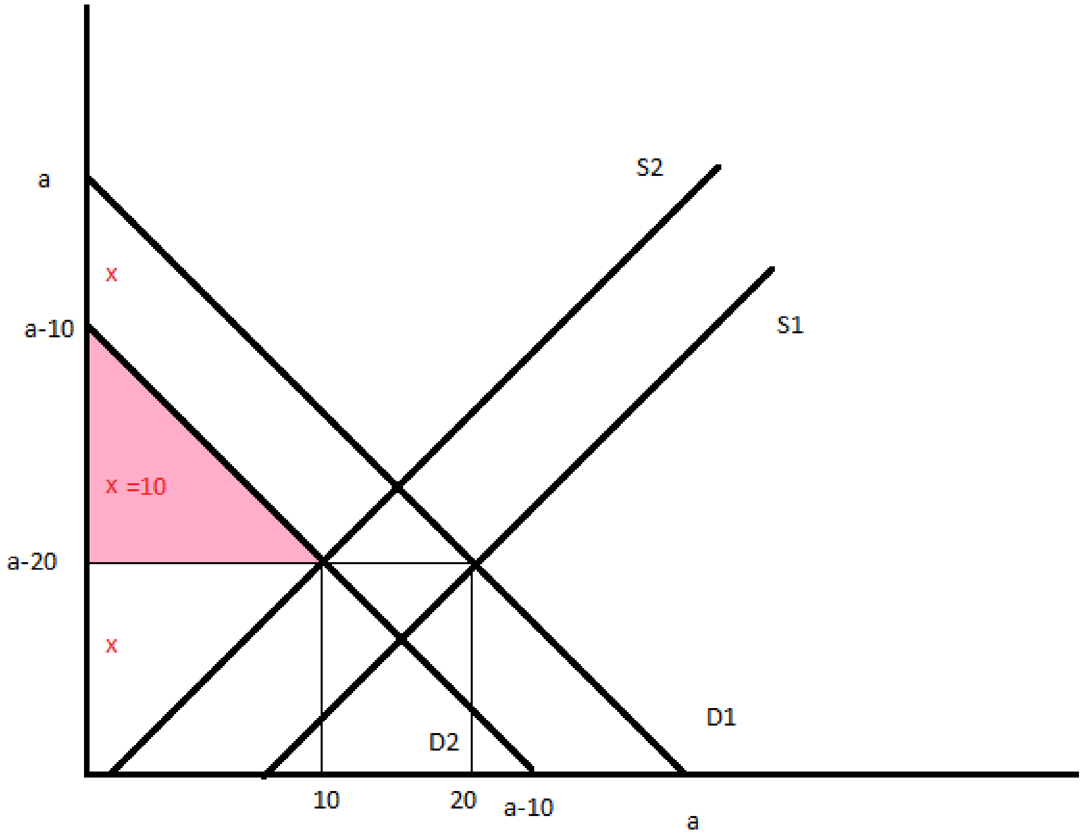
$$a+P=c-P=20$$

$$a+c=20+P+20-P \ \to a+c=40\to a=40-c$$

$$Q_D=40-c-P$$

$$Q_S=c+P$$

(3 балла за рассуждение)



$$a = 30; c = 10$$
$$Q_D = 30 - P$$
$$Q_S = 10 + P$$
$$P = 10$$
$$Q = 20$$

$$Q_D = 30 - P - t = 10$$
$$Q_S = 10 + P - t = 10$$

(4 балла за выведение функций спроса и предложения)

Тогда при введении налога и на потребителя и на производителя справедливо следующее

$$2Q = 30 - P - t + 10 + P - t$$
$$Q = 20 - t$$

(3 балла за выведение функций спроса от налога)

$$Tx = t * Q = 20t - t^2$$
$$E_t^{Tx} = Tx' * \frac{t}{Tx} = (20 - 2t) * \frac{t}{20t - t^2} = (20 - 2t) * \frac{1}{20 - t}$$
$$E_t^{Tx}(5) = Tx' * \frac{t}{Tx}(20 - 10) * \frac{1}{20 - 5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} = 0{,}67$$

(2 балла за ответ)