Всероссийская олимпиада школьников. Муниципальный этап 2023/24 уч.г.
Математика, 7 класс, решения

Время выполнения 235 мин. Максимальное кол-во баллов – 35

Все задания по 7 баллов

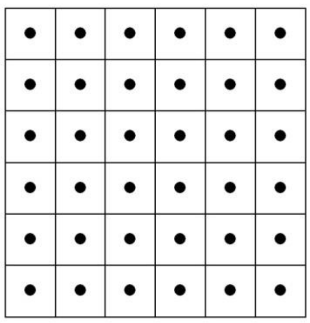
Критерии оценивания заданий

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное (верное) решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

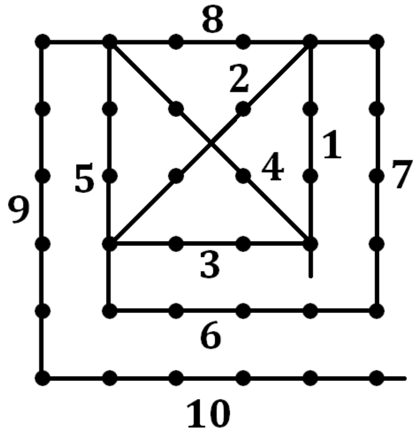
***Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям**

7.1. Чтобы спасти принцессу, рыцарь должен был успеть добраться до замка за 2 часа. Сначала он 20 километров скакал на коне со скоростью 24 км/час, потом плыл 3 километра по озеру со скоростью 4 км/час, потом бежал 6 километров. С какой наименьшей средней скоростью рыцарь должен был бежать, чтобы успеть спасти принцессу?
Ответ. 14,4 км/час.
Решение. На первые 20 километров рыцарь затратил $\frac{20}{24}=\frac{5}{6}$ часа. Следующие 3 километра он проплыл за $\frac{3}{4}$ часа. Осталось $2-\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=\frac{5}{12}$ часа. Скорость на последнем этапе должна быть не меньше $\frac{6\cdot 12}{5}=$ 14,4 км/час.
Комментарий. *Верное решение – 7 баллов. Верная идея решения, но ответ получен неверный – 3 балла. Задача решена подбором, но не показано, что других вариантов нет – 2 балла. Решение начато, есть некоторое продвижение – 1 балл. Дан верный ответ без объяснений – 0 баллов.*

7.2. Квадрат разбит на 36 одинаковых квадратов, в центре каждого маленького квадрата поставлена точка. Через все эти точки проведите, не отрывая ручки от бумаги, ломаную, состоящую из 10 прямолинейных отрезков. Ломаная может иметь точки самопересечения, в том числе и в центрах маленьких квадратов, но отрезки ломаной не должны накладываться друг на друга даже частично. Отрезки ломаной пронумеруйте по порядку.



Ответ. Например, так.



Комментарий. *Приведен верный пример – 7 баллов. Нарисована ломаная, которую можно пройти в правильном порядке, но отрезки не пронумерованы, описания нет или оно недостаточно, поэтому решение неоднозначно – 4-5 баллов.*

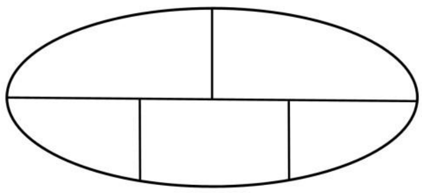
7.3. Двоечнику Пете нужно сложить две правильные дроби, одну – со знаменателем 7, а другую – со знаменателем 11. Петя сложил числители, и перемножил знаменатели. В результат он получил ответ, который был в 8 раз меньше правильного. Какие дроби могли быть у Пети? *Укажите все ответы и объясните, почему других нет.*

Ответ. $\frac{1}{7}+\frac{3}{11}$, $\frac{2}{7}+\frac{6}{11}$ и $\frac{3}{7}+\frac{9}{11}$.

Решение. Пусть Пете нужно было сложить дроби $\frac{x}{7}$ и $\frac{y}{11}$. Он получил число $\frac{x+y}{77}$ вместо числа $\frac{11x+7y}{77}$. Отсюда следует уравнение $\frac{11x+7y}{77}=8\cdot\frac{x+y}{77}$, или $11x+7y=8x+8y$. Приводя подобные слагаемые, получим $y=3x$. Число x может быть от 1 до 6, но только при $x=1$, 2 или 3 число y будет не превосходить 11. Отсюда и получаем ответ.

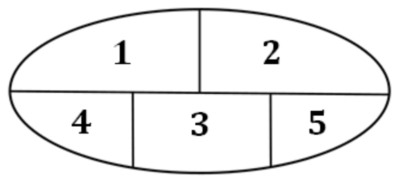
Комментарий. *Полное обоснованное решение – 7 баллов. Верно составлено уравнение, но ответ не получен – 3 балла. Ответ получен подбором чисел, удовлетворяющих условию, но не показано, что другие ответы невозможны – 4 балла, если подбором найден только один ответ – 2 балл, два ответа – 3 балла. Решение верно начато, но нет существенного продвижения – 1 балл. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

7.4. Аня хочет высадить на клумбу астры, у неё есть астры 5 цветов: белые, розовые, сиреневые, фиолетовые и красные. Каждая из 5 частей клумбы должна быть засажена одним цветом (см. рисунок). Части, граничащие по стороне, должны быть засажены разным цветом, при этом не обязательно использовать все цвета. Сколько существует способов высадить астры?



Ответ. 540.

Решение. Обозначим части клумбы цифрами. Части 1, 2, 3 требуют 3 разных цветов, число способов $5\cdot4\cdot3=60$. В часть 4 можно посадить астры любого цвета, кроме 1 и 3, в часть 5 – любого цвета, кроме 2 и 3, то есть существует по 3 способа для каждой из этих частей. Всего способов $5\cdot4\cdot3\cdot3\cdot3=540$.



Комментарий. *Любое полное решение задачи – 7 баллов. Присутствует идея о разном числе возможных цветов для частей 1, 2, 3 и 4, 5, но дальнейших продвижений нет – 1 балл. Для каждой части указано число возможных цветов, но дальнейших продвижений нет – 2 балла.*

7.5. За круглым столом сидят 30 гномов, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждого из них спросили: «Сколько рыцарей среди твоих двух соседей слева и справа?». Десять гномов ответили: «Два», еще десять ответили: «Один» и оставшиеся ответили: «Ни одного». Какое наибольшее число рыцарей могло быть среди этих гномов?

Ответ. 22.

Решение. Из условия задачи следует, что число рыцарей, имеющих по два соседа-рыцаря, не превосходит 10; то же самое можно сказать и про число рыцарей, имеющих по одному соседу-рыцарю. Поэтому число пар рыцарей-соседей друг друга не превосходит $(2 \cdot 10 + 1 \cdot 10) : 2 = 15$. А поскольку всего за столом имеется 30 пар соседей, то по меньшей мере в $30 - 15 = 15$ парах есть гномы, рыцарями не являющиеся; число таких гномов не меньше, чем $\left[\frac{15}{2}\right] + 1 = 8$. Приведём пример, показывающий, что за столом может быть в точности $30 - 8 = 22$ рыцаря. Пусть сидящие пронумерованы числами от 1 до 30 по часовой стрелке, а рыцарями являются все те, чьи номера отличны от 2, 3, 5, 7, 11, 15, 19 и 23. Тогда все необходимые условия будут выполнены, если:

- «ни одного» скажут № 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 15, 19, 23;
- «один» скажут № 1, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24;
- «два» скажут № 9, 13, 17, 21, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

Комментарий. *Полное обоснованное решение – 7 баллов. Доказано, что число рыцарей не более 22 – 4 балла. Приведён пример с 22 рыцарями – 3 балла. Доказано, число пар рыцарей-соседей друг друга не превосходит 15 – 2 балла. Приведен только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*