**9 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| Максимальное время выполнения заданий: 235 мин. |
| Все задания по 7 баллов. |

 |

9.1. Найдите наибольшее тринадцатизначное натуральное число, делящееся на $75$, в записи которого встречаются все $10$ цифр.

9.2. Точка $O$ – центр описанной окружности треугольника $KLM$ с углами $∠K=35^{°}$, $∠L=20^{°}$ и $∠M=125^{°}$. Докажите, что точки $K, L, M, O $являются вершинами трапеции.

9.3. Квадратное уравнение $x^{2}+ax+b=0$ с целыми коэффициентами $a$ и $b$ имеет два корня $\left(\frac{1}{k}-2\right)$ и $\left(\frac{1}{m}-2\right)$, где $k$, $m$ – различные целые числа. Найдите все значения, которые могут принимать $a$ и $b$.

9.4. В первой строке подряд выписаны числа от $500$ до $1499$ в некотором порядке. Под каждым числом первой строки, кроме самого левого, напишем НОД (наибольший общий делитель) этого числа и его левого соседа. Из полученной таким образом второй строки, состоящей из $999$ чисел, аналогично получаем третью строку, состоящую из $998$ чисел: под каждым числом второй строки (кроме самого левого) напишем НОД этого числа и его левого соседа и т.д. Этот процесс продолжается до появления строки, состоящей из единиц. Какое наибольшее количество строк может быть выписано?

9.5. Среди чисел от $10000$ до $999999$ Вася выбрал числа-палиндромы с нечётной суммой цифр, а Петя – числа-палиндромы с чётной суммой цифр. У кого из мальчиков оказалось больше чисел и во сколько раз? (Числа-палиндромы читаются одинаково как слева направо, так и справа налево, например, $11011$.)