**Всероссийская олимпиада школьников. Муниципальный этап 2024/25 уч.г.**

**Математика, 7 класс, решения**

**Время выполнения 235 мин. Максимальное кол-во баллов – 35**

**Все задания по 7 баллов**

**Критерии оценивания заданий**

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное (верное) решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

***\*Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям***

7.1. Замените разные буквы разными ненулевыми цифрами, а одинаковые буквы – одинаковыми ненулевыми цифрами так, чтобы получилось верное равенство:

$Т×Р×И×Д×В×А=О×Д×И×Н$.

**Ответ.** Например, если взять $Т=4$, $Р=6$, $В=3$, $А=1$, $О=8$, $Н=9$, $Д=5$, $И=7$, тогда

$$4×6×7×5×3×1=8×5×7×9.$$

***Комментарий.*** *Любой верный пример – 7 баллов. Решение начато, есть некоторое продвижение – 1 балл. Приведён пример, в котором Д=0 – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

7.2. Число $n$ называется загадочным, если число, образованное любыми двумя подряд идущими цифрами из записи числа $n$ (в том же порядке, в котором они стоят в числе), делится на $13$. Найдите количество загадочных пятизначных чисел.

**Ответ.** $6$.

**Решение.** В загадочном числе после $1$ может идти только $3$, после $3$ – только $9$, после $9$ – только $1$. После $2$ – только $6$, затем $5$, затем – снова $2$. После $7$ – только $8$, а после $8$ и $4$ не может быть ничего. Таким образом, существует всего шесть пятизначных загадочных чисел: $13913$, $39139$, $91391$, $26526$, $65265$, $52652$.

***Комментарий.*** *Полное решение задачи – 7 баллов. Найдены допустимые комбинации цифр, но получен неверный ответ – 3 балла. Дан верный ответ без объяснений – 2 балла. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

7.3. Миша нарисовал в тетради прямоугольник $7×6$, а затем разрезал его по линиям сетки на $7$ шестиугольников, площади которых являются последовательными натуральными числами. Покажите, как он мог это сделать.

**Ответ.** Можно заметить, что $7×6=3+4+5+6+7+8+9$. На рисунке приведён пример возможного разрезания.



***Комментарий.*** *Приведён верный пример – 7 баллов. Верный рисунок является достаточным обоснованием ответа, за отсутствие пояснений баллы не снимать. Замечено, что* $7×6=3+4+5+6+7+8+9$*, однако дальнейших продвижений нет – 2 балла. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

7.4. В $7А$ классе $26$ учеников. В школьном журнале все дети выписаны в алфавитном порядке их фамилий, а имя Катя встречается нечётное число раз. Оказалось, что номер первой Кати в журнале равняется количеству Кать в классе, а номер третьей Кати в три раза больше. Кроме того, для любой Кати есть Катя в соседней строчке. Найдите все возможные наборы номеров Кать в журнале.

**Ответ.** 1) $5$, $6$, $15$, $16$, $17$; 2) $7$, $8$, $21$, $22$, $23$, $24$, $25$; 3) $7$, $8$, $21$, $22$, $23$, $25$, $26$; 4) $7$, $8$, $21$, $22$, $24$, $25$, $26$.

**Решение.** Пусть $x$ – количество Кать в классе, по условию $x\geq 3$. Если Кать хотя бы $9$, то номер последней Кати не меньше $9×3=27>26$, поэтому $x\leq 8$. Так как количество Кать – нечётное, то $x\leq 7$. Таким образом, Кать в классе $x=\{3, 5, 7\}$. Если $x=3$, то номер первой Кати – $3$, номер второй Кати – $4$ (так как у первой Кати должна быть Катя в соседней строке), а номер третьей Кати – $9$. Получили противоречие: у последней Кати нет Кати в соседней строке. Если $x=5$, то номер первой Кати – $5$, номер второй Кати – $6$, номер третьей Кати – $15$, тогда номер четвёртой – $16$ и так как у последней, пятой Кати должна быть соседняя Катя, то ее номер – $17.$ Если $x=7$, то номер первой Кати – $7$, номер второй Кати – $8$, номер третьей Кати – $21$, номер четвёртой – $22.$ Если пятая Катя стоит $23$-й, то шестая – $24$-й или $25$-й, а седьмая – $25$-й или $26$-й соответственно. Если пятая Катя стоит $24$-й, то возможен единственный случай: шестая – $25$-я, седьмая – $26$-я. Таким образом, имеем $4$ варианта.

***Комментарий.*** *Следующие критерии суммируются. За каждый верный ответ ставить по 1 баллу; доказано, что других вариантов нет – 3 балла. Решение начато, есть некоторое продвижение – 1-2 балла. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

****7.5. Клетки таблицы $3×5$ заполнены цифрами так, как показано на рисунке. Вася ставит в одну из клеток таблицы фишку, а затем начинает перемещать её. При этом фишку можно перемещать в любую соседнюю по стороне клетку, но не разрешается посещать одну и ту же клетку дважды. Какое наибольшее число, составленное из цифр в порядке обхода, мог получить Вася?

**Ответ.** $897964135964235$.

**Решение.** Число будет наибольшим, если удастся обойти все клетки таблицы. Докажем, что начиная с цифры $9$, это сделать нельзя. Покрасим все клетки таблицы в шахматном порядке, получим $8$ чёрных и $7$ белых клеток. Так как при движении в соседнюю по стороне клетку цвета клеток чередуются, то если стартовать с белой клетки, то нельзя обойти больше $14$ клеток, поэтому получим максимум четырнадцатизначное число. Итак, необходимо начать с чёрной клетки. Число будет наибольшим, если первая цифра наибольшая из возможных, т.е. $8$. Вторая цифра – $9$, если мы выберем $9$, стоящую справа от стартовой цифры $8$, то третья цифра максимум $6$, значит, выбираем $9$ слева от стартовой $8$, затем выбираем её максимального соседа – $7$. Далее выбираем максимального соседа – $9$, затем максимального – $6$ и теперь маршрут определяется однозначно

$4-1-3-5-9-6-4-2-3-5$.

***Комментарий.*** *Полное верное решение – 7 баллов. Доказано, почему нельзя, начиная с цифры 9, получить маршрут длины 15 – 4 балла; приведён верный пример – 3 балла, баллы суммируются. Доказано, что нужно начинать с цифры 8, но при этом следующим шагом выбрана «правая» цифра 9 – снимать 2 балла. Решение начато, есть некоторое продвижение – 1 балл. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*