**Всероссийская олимпиада школьников. Муниципальный этап 2024/25 уч.г.**

**Математика, 8 класс, решения**

**Время выполнения 235 мин. Максимальное кол-во баллов – 35**

**Все задания по 7 баллов**

**Критерии оценивания заданий**

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное (верное) решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение в целом верное. Однако не рассмотрены отдельные случаи, либо решение содержит ряд ошибок, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка+пример» верно получена оценка. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка+пример» верно построен пример. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

***\*Указания к оцениванию задач содержатся также в комментариях к решениям***

8.1. Лиза купила новый шампунь. Флакон старого шампуня стоил рублей, а новый стоит на дороже. Но зато флакона хватает на срок в полтора раза дольше. Сколько денег сэкономит Лиза к моменту, когда полностью использует два флакона нового шампуня?

**Ответ.** рублей.

**Решение.** Два флакона нового шампуня стоят рублей. Их хватает на тот же срок, что и трёх флаконов старого шампуня, за которые Лиза заплатила бы рублей. Сэкономлено рублей.

***Комментарий.*** *Любое полное решение задачи – 7 баллов. За арифметическую ошибку снимается 3 балла. Приведён только ответ – 0 баллов. Задача не решена или решена неверно – 0 баллов.*

8.2. Из квадрата, сторона которого является целым числом, вырезали несколько непересекающихся квадратиков размером . Оказалось, что из вырезанных квадратиков можно составить квадрат. Площадь оставшейся части большого квадрата равна . Чему может равняться сторона квадрата, составленного из вырезанных квадратиков?

**Ответ.** или

**Решение.** Обозначим стороны квадратов и . Тогда . Число раскладывается в произведение множителей двумя способами: , Получаем две системы и В первом случае ,. Во втором случае ,

***Комментарий.*** *Верное обоснованное решение – 7 баллов. Следующие критерии суммируются. Составлено уравнение – 1 балл;приведено к виду – 1 балл; число разложено на множители – 1 балл; получены две системы – 2 балла, системы верно решены – 2 балла. Если оба ответа найдены подбором, и не доказано, что других ответов нет – 2 балла. Если подбором найден только один ответ – 1 балл.*

8.3. Число представлено в виде суммы двух положительных целых слагаемых, которые можно сложить без переноса цифр в следующий разряд. Каким числом способов это можно сделать? Пары слагаемых и при считаются отдельно.

**Ответ.**

**Решение.** Число, соответствующее каждой цифре, должно раскладываться в сумму двух слагаемых. Число можно разложить способами , , , . Число – способами, число – способами, число – способами. Число не является положительным, поэтому варианты , не подходят под условие задачи. Итого всего способов .

***Комментарий.*** *Полное обоснованное решение – 7 баллов. В ответе не исключены варианты , – 5 баллов. Верная идея решения, но допущены ошибки при подсчётах числа способов – снимается 1 балл за одну ошибку, 3 балла за две ошибки, 5 баллов за большее число ошибок. Решение начато, есть некоторое продвижение – 1-2 балла. Приведён только ответ – 0 баллов.*

8.4. В треугольнике угол , сторона . На стороне взята точка так, что , . Найдите .

**Ответ.**

**Решение.** Опустим из точки перпендикуляр на отрезок , и проведём отрезок . Угол поэтомукатет откуда треугольник – равнобедренный, . Поскольку , . Тогда и , Поэтому треугольник – равнобедренный, . Но и треугольник – равнобедренный, так как углы при основании равны Следовательно, и поэтому Треугольник равнобедренный и прямоугольный, отсюда а .

***Комментарий****. Любое полное решение задачи – 7 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, содержащее незначительные пробелы или неточности – до 6 баллов. Если решение не доведено до конца, за доказательство полезных вспомогательных утверждений – 1-2 балла.*

8.5. На каждой стороне каждой из карточек записано по одному числу. Петя выкладывает все карточки в ряд (любой стороной вверх), потом складывает числа, которые он видит на первых трёх карточках слева, и вычитает из них сумму чисел, которые он видит на оставшихся трёх карточках справа.

а) Какое наименьшее число он может получить, если пары чисел на карточках таковы: , , , ,

б) Укажите и обоснуйте алгоритм, позволяющий решить такую задачу для любых чисел на карточках.

**Ответ.**а) б) где карточки () упорядочены по неубыванию среднего арифметического ,

**Решение.** б) Запишем числа () на карточках в порядке возрастания (). Легко видеть, что для сложения надо использовать меньшие числа (, для вычитания – большие числа (). Упорядочим карточки по возрастанию (неубыванию) среднего арифметического Ответом будет являться число

Обоснование. При замене любого из чисел на ( сумма изменится на

а) Следуя алгоритму, получаем

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

***Комментарий.*** *Полное обоснованное решение – 7 баллов. а) Найден верный ответ – 1 балл, ответ обоснован – 1 балл. б) Указан верный алгоритм – 3 балла, алгоритм обоснован – 2 балла; баллы суммируются. Если обоснование ответа в пункте а) допускает обобщение (но оно не сделано), то баллы за эту часть повышаются на 1 балл.*